Esprit mathématique, es-tu là ?

Roland Charnay

répond à nos questions

Roland Charnay est professeur agrégé de mathématiques. Formateur à l'IUFM de Lyon, il a dirigé l'IUFM de Bourg-en-Bresse. Co-responsable du groupe de recherche Ermel, il a assuré le pilotage de la commission chargée de l'élaboration des programmes de mathématiques en 2002. Il est également l'auteur de nombreux ouvrages et articles consacrés à l'enseignement des mathématiques.

1. *"Avoir l'esprit mathématique"*, être *"bon"* en maths : qu'est-ce que cela veut dire pour vous ? Et à l'inverse, que signifie être *"nul"* en maths ?

Il s'agit sans doute d'une des questions les plus difficiles… Pour faire vite, on peut dire qu'une partie de la réponse se trouve dans la capacité à utiliser ses connaissances mathématiques (concepts, procédures, méthodes…) pour résoudre de nouveaux problèmes. Une autre partie de la réponse suppose la capacité à "penser le monde" mathématiquement, à s'y poser des questions qui peuvent être mathématiquement résolues.

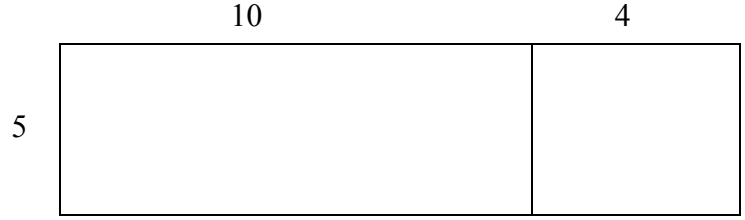
A partir de là, la seule réussite aux exercices ou évaluations scolaires, ne suffit sans doute pas pour caractériser cet "esprit mathématique".
Même si elle est fréquente, la formulation en termes de "bon ou nul" est, pour moi, une approche dangereuse. Mieux vaut se demander ce qui peut faire obstacle chez un élève aux apprentissages mathématiques, en chercher des origines possibles (de natures très diverses), travailler sur les motivations dans le but d'aider chacun à progresser dans une aventure qui, par ailleurs, ne peut être que collective.

2. Tous les élèves sont-ils réellement capables de devenir bons en maths ? N'y a-t-il pas une forme de *"prédisposition"* aux mathématiques chez les uns davantage que chez les autres ?

Tous les élèves auront-ils tous la même réussite aux examens scolaires ? Auront-ils tous acquis les mêmes connaissances ? Sauront-ils les mobiliser de la même façon ? La réponse est évidemment *non* ! Quelle est, comme le laisse entendre le terme de *prédisposition*, la part de l'inné et de l'acquis dans tout cela ? Et celle du milieu socio-culturel ou socio-éducatif ? Les nombreuses controverses sur pareil sujet conduisent à adopter une position réservée qu'on pourrait traduire de la façon suivante. Tout individu nait avec un potentiel mathématique (comme, par exemple, la capacité à penser les quantités à l'aide des nombres). A partir de là, quels facteurs, quelles conditions peuvent influencer positivement ou négativement ses apprentissages mathématiques. C'est, entre autres, le projet de la didactique que d'aider à élaborer des réponses.

3. Le sens commun oppose souvent les *"matheux"* aux *"littéraires"*, comme si les premiers n'avaient pas besoin du français pour apprendre les mathématiques. La langue maternelle n'est-elle pas un outil de base pour développer <u>aussi</u> des compétences mathématiques ? Qu'en pensez-vous ?

On parle de langage mathématique, souvent en faisant référence au seul lexique symbolique. Or, les concepts mathématiques de base s'enrichissent de leur expression dans différents registres. Ainsi pour évoquer la multiplication (par exemple de 7 par 5), un enfant peut utiliser le registre symbolique (7 x 5 ou 5 x 7), le registre verbal (il parlera par exemple du *produit de 7 par 5*, de *7 multiplié par 5* ou de *5 fois 7*) ou encore ce que certains appellent le registre analogique (en pensant par exemple à un quadrillage rectangulaire de 5 lignes sur 7 colonnes). La capacité à mobiliser à bon escient chacun de ces registres et à les mettre en relation contribue à la conceptualisation de la multiplication. Pour calculer mentalement 14 x 5, il peut être utile de penser que *c'est 5 fois 14* qui peut être décomposé en *5 fois 10 plus 5 fois 4* ou que c'est *la moitié de 10 fois 14*.
Le recours au langage analogique permet, lui, d'aider à comprendre le raisonnement mis en œuvre :



Pour un jeune enfant, le langage symbolique *14* x *5 = (10 + 4)* x *5 = (10* x *4) + (5* x *4)* permet davantage d'exprimer le calcul réalisé que de le penser (ce qui évoluera lorsqu'auront été explicitement étudiées les propriétés des opérations et les règles de calcul qui en découlent).

Comme le montreraient d'autres exemples, notamment dans le domaine géométrique, les mathématiques s'expriment à la fois dans la langue courante et dans une langue spécifique, les articulant le plus souvent. Sans préjuger d'une opposition (souvent mise en défaut…) entre "littéraires" et "matheux", il faut d'abord souligner que les concepts et les raisonnements mathématiques font un large recours à la langue maternelle.

4. Certains élèves, même avant 8 ans, semblent *"perdus"* pour les mathématiques. Confrontés à une situation problème, ils donnent l'impression de *"baisser le rideau"* et semblent abdiquer d'emblée face à la difficulté qui fait apprendre. Comment peut-on les aider à dépasser ce blocage ?

Je me limite à 2 pistes, notamment pour de jeunes élèves.

1/ **Partir le plus souvent possible de situations réelles** (jeux ou non) qui peuvent être source de questions. Par exemple, une simple boite opaque dans laquelle, au vu des élèves, on met 3 fois de suite 5 jetons. Boite maintenant fermée, il s'agit de trouver combien de jetons elle contient. Les réponses des élèves sont suivies d'un

échange verbal pour argumenter en faveur ou défaveur de telle ou telle réponse avant que la boite ne soit ouverte pour vérification par comptage des jetons.
L'enjeu d'une telle situation est tout de suite perceptible par l'élève. Il ne s'agit pas de trouver la réponse attendue par l'enseignant, mais de trouver une réponse qui correspond à la réalité.

2/ **Encourager la diversité des modalités d'élaboration de la réponse**. Alors que certains enfants sont déjà capables de répondre en multipliant 5 par 3, d'autres ont recours à l'addition successive de 5 (3 fois) et d'autres encore à la figuration des jetons par les doigts ou par un dessin. Faire s'exprimer ces différentes modalités, en reconnaître la validité pour obtenir la réponse, c'est encourager les élèves à utiliser ce qu'ils savent (même s'ils savent moins de choses) pour venir à bout d'une question.
Une part des blocages vient du fait qu'il existe un écart trop important entre ce que l'enfant peut mobiliser et ce qu'il pense qu'on attend de lui… D'où le risque de démission…

5. Le récent rapport du service de l'inspection des écoles (en Belgique francophone) met en évidence les difficultés rencontrées par les élèves en mathématiques… Pourtant, selon ce même rapport, ce n'est pas faute de consacrer du temps de classe aux mathématiques… Mais sans doute ce temps ne laisse-t-il que trop peu de place à des situations problèmes qui provoquent la recherche et la construction de concepts mathématiques.
Comment définiriez-vous ce qu'est un "vrai" problème mathématique ?

Un *vrai problème mathématique* peut être défini comme "une situation qui fait problème", donc qui propose une forme de défi. Pour cela, il faut que l'élève puisse comprendre la situation, se représenter l'enjeu de la résolution (ce qu'il faut trouver) et mettre en œuvre différentes ressources pour y parvenir.

Dans ce sens, un problème pour l'un n'est pas nécessairement un problème pour l'autre. Le problème "des jetons" (question 4) n'est pas un problème pour celui qui pense immédiatement à la multiplication et même à l'addition. C'en est un pour celui qui doit commencer par représenter matériellement la situation.

Un problème comme *"José possède autant de pièces de 50 c que de 20 c et de 10 c. Il possède 8 €. Combien a-t-il de pièces de chaque sorte ?*[1]*"* n'est pas un problème pour celui qui remarque qu'avec 3 de ces pièces, on obtient 80 c et qu'il faut donc 10 groupes de 3 pièces pour avoir 10 €. C'en est un pour celui qui est obligé de procéder en faisant des hypothèses successives sur le nombre de pièces…

Enfin, un problème est mathématique dès l'instant où des connaissances mathématiques sont nécessaires pour sa résolution. Il peut être issu aussi bien d'un contexte a priori non mathématique (jetons, pièces…) que d'un contexte mathématique (Comment reconnaître facilement si un nombre est ou non multiple de 4 ?[2]).

1 D'après Cap maths, CM1, éditions Hatier (page 166)
2 D'après Vrai ? Faux ? … On en débat ! (INRP, p. 63)

6. Y a-t-il, selon vous, un mode d'approche commun (… des stratégies "de base") à développer chez les élèves face à toute situation problème en mathématiques ?

D'une certaine manière, caricaturale, le problème commence pour l'élève au moment où il a compris la situation qui sert de support au questionnement et où il perçoit l'enjeu de ce questionnement. Alors seulement, il peut se lancer dans la résolution… au cours de laquelle il aura peut-être à reconsidérer ou compléter certains des éléments précédents.

A partir de là, on peut sommairement classer en 3 catégories les problèmes et les stratégies qui peuvent être mobilisées.

1. Le problème se rapproche d'un problème dont la résolution est connue. Si l'élève est capable de le situer dans une "classe de problèmes" (explicitement ou non), la résolution peut être rapide… Le problème n'en était pas véritablement un !
2. Le problème est un problème "à étapes" dont il faut mettre à jour la chronologie (il faut planifier la résolution en sous-problèmes que l'on sait résoudre). Deux démarches complémentaires sont alors possibles correspondants à deux types d'interrogations et de déductions :
    a. que peut-on déduire immédiatement de ce qu'on sait (des données) ? (démarche qu'on pourrait qualifier de descendante)
    b. que faudrait-il connaître pour répondre à la question finale ou à une question suggérée par celle-ci ? (démarche qu'on pourrait qualifier de remontante)
3. Le problème est un problème "ouvert" (inédit). Selon le problème, diverses stratégies d'investigation sont possibles :
    a. recours à des essais (hypothèses sur la réponse) et des ajustements (comme dans le problème des pièces, de la question 6) ;
    b. recours à des exemples et des contre-exemples dans le but de formuler une conjecture dont la validité devra être éprouvée (comme dans le problème des multiples de 4, de la question 6) ;
    c. recours à des exemples permettant de déboucher sur une généralisation (un exemple devenant alors prototypique) : par exemple, pour trouver combien de poignées peuvent être échangées entre 78 personnes, on peut penser à étudier le cas de 9 personnes (en schématisant les personnes par des points et les poignées de main par des traits reliant 2 points), on remarque alors que de chaque point il part 8 traits (on pense alors a 9 x8), mais on remarque que chaque trait est ainsi compté 2 fois, d'où la réponse (9 x 8) / 2 qui peut facilement être généralisée au cas de 78 personnes.

Plus généralement, il faut penser la résolution de problème comme une démarche d'investigation dans laquelle, en général, on ne trouve ni tout de suite, ni directement. La recherche au brouillon y a donc une importance particulière avant de parvenir à une réponse organisée et communicable.

7. Quelle est la place du jeu dans les apprentissages mathématiques ? Est-ce un réel outil pour développer des compétences ou s'agit-il plutôt d'un "emballage" destiné à dorer la pilule des apprentissages ?
Selon vous, à quelle(s) condition(s) le jeu est-il intéressant en mathématiques ? Quelles en seraient les limites ?

Les enjeux du jeu et de l'apprentissage ne sont pas identiques. On joue par esprit de compétition, pour gagner ou pour se distraire. On apprend pour savoir plus et autrement.
Il serait faux de dire qu'on n'apprend rien en jouant, mais on apprend surtout dans le but d'être meilleur dans le jeu et non pas pour développer ses connaissances mathématiques.

Pour l'apprentissage, il est plus pertinent de considérer le jeu comme un contexte possible d'apprentissage à partir des questionnements qui peuvent être adressés aux élèves. Jouer au jeu de l'oie n'apprend pas nécessairement l'addition. Mais si, sur la base du jeu connu des enfants, on cache la portion de piste qui se situe au-delà de la case qui contient le jeton et si, alors que le dé marque 5, on demande à l'enfant de 6 ou 7 ans de trouver le numéro de la case d'arrivée, alors on le projette dans un questionnement mathématique qui pourra faire progresser ses connaissances additives.

Ajoutons que, pour les très jeunes enfants, l'univers du jeu est un univers familier et qu'il serait absurde de s'en priver, mais que, une fois encore, ce sont les questionnements qui mettant, un temps, à distance du jeu seront les plus favorables au développement de connaissances mathématiques.

En conservant la vigilance sur le fait qu'en passant à un enjeu d'apprentissage le jeu ne perde pas définitivement son caractère ludique pour l'enfant…

8. Les manuels de mathématiques sont-ils de bons outils ? Ne risquent-ils pas d'enfermer les enseignants et leurs élèves dans un carcan qui privilégie les contenus à acquérir plutôt que les démarches à développer, les situations préfabriquées (et donc artificielles) plutôt que celles de la vie quotidienne (qui auraient vraiment du sens aux yeux des élèves) ?
Pour vous, quels seraient les critères à privilégier (lorsque l'on est enseignant) dans le choix d'un manuel ?

Etant responsable et auteur de manuels (ou plutôt de méthodes d'enseignement[3]), mon point de vue est forcément partial.

Je pars de la problématique suivante. Comme tout professionnel, l'enseignant a besoin d'outils qui l'aident dans son travail, qu'il est capable de choisir et d'adapter à la réalité de ces élèves.

A partir de là, l'essentiel réside dans l'outil de l'enseignant (le guide ou le livre du maître) qui doit décrire avec précision les objectifs, les situations à proposer aux élèves, leur mise en œuvre, les réactions (procédures, erreurs…) des élèves ainsi que

les connaissances qui pourront être officialisées à l'issue de ce travail. Il s'agit donc d'un guide, certes prescriptif, mais argumenté, documenté et étayé. Ce devrait être, selon moi, le pivot de la méthode.

Viennent ensuite, et ensuite seulement, les outils, les supports pour l'élève (fiches, fichier, manuel, instruments…) qui sont au service de cette mise en œuvre. Beaucoup de choses ne se passent ni dans le manuel ni dans le fichier, mais dans les activités suggérées dans le guide de l'enseignant, dans les échanges organisés entre élèves, dans les apports et synthèses de l'enseignant.

Compléter des réponses dans un fichier, répondre aux exercices d'un manuel permet souvent de s'entrainer efficacement, rarement d'apprendre et de comprendre réellement. C'est l'équilibre entre recherche, compréhension, entrainement et mémorisation qui est à promouvoir. Le seul usage d'un fichier ou d'un manuel ne saurait évidemment y suffire.

3 Cap Maths, éditions Hatier (du CP au CM2)

9. Dans une classe, tous les élèves ne sont pas "égaux" face aux mathématiques : une même situation problème n'est pas accessible de la même manière à chacun. Est-ce possible de gérer cette hétérogénéité ? Comment l'enseignant peut-il faire face à ces écarts (… à ces différences) ?

La diversité peut en même temps être considéré comme une gêne pour l'enseignant et comme une chance pour l'apprentissage. Gérer une classe où les élèves n'apprennent ni au même rythme ni en empruntant les mêmes voies place l'enseignant dans l'obligation d'adapter ses stratégies d'enseignant : moments d'apprentissages collectifs, aménagement de certaines situations, aide personnalisée…

La panoplie est large, mais ne doit pas faire oublier que l'apprentissage est aussi une affaire collective où on apprend en se confrontant à des taches, en confrontant ses connaissances et ses stratégies à celles de ses pairs, en étant attentif aux apports de l'enseignant.

La diversité est aussi une chance… dans la mesure où il n'existe jamais une seule manière de venir bout d'une question posée. Chacun peut s'y investir avec ses propres connaissances (voir question 4) et parvenir à une réponse correcte en utilisant des méthodes plus ou moins expertes. C'est à partir de là qu'il faut ensuite envisager la question du progrès : on progresse le plus souvent non pas en essayant de s'approcher de la solution la plus experte, mais en utilisant d'abord des solutions intermédiaires auxquelles on pourra ensuite "accrocher" cette solution experte.

C'est parce qu'ils sont sommés de parvenir trop vite à l'expertise, parce qu'on leur demande d'utiliser avant d'avoir compris que certains élèves décrochent. Le chemin le plus sûr vers l'apprentissage n'est pas nécessairement le plus direct, c'est plutôt celui qui maintient en permanence le fil de la compréhension.

10. Est-ce l'école qui vous a donné le goût des mathématiques ? Si oui, comment y est-elle parvenue ? Partant de votre expérience, si vous ne deviez donner qu'un seul conseil aux enseignants (pour aider chaque élève à se sentir chez lui dans le monde des mathématiques), que leur diriez-vous ?

Je suis incapable de dire d'où me vient le gout des mathématiques. Peut-être, enfant, de la fascination pour les nombres, leur étendue, leurs régularités, les relations qui les lient… Un monde touffu et, en même temps, très organisé… pour peu qu'on s'interroge sur des organisations possibles…

Et l'école, surtout primaire, ne m'en a pas éloigné… Au contraire… Je le dois à des enseignants qui fondaient justement leur travail sur cet équilibre entre compréhension et entrainement… et laissaient place à la découverte.

Un conseil en quelques verbes : questionner, écouter, faire échanger et argumenter, susciter, faire expliquer et expliquer… avant de faire répéter, réciter, appliquer et, souvent trop tôt, évaluer.

Roland Charnay,
novembre 2010