Des parallélépipèdes en pagaille

Type d'outil : Activité d'apprentissage dans le domaine des Solides et Figures, visant à construire les différents types de parallélépipèdes rectangles.

Auteur(s) : Sébastien Gardavoir, étudiant en 3e pédagogie primaire, HELHa Leuze-en-Hainaut.

Cycle(s) au(x)quel(s) est destiné cet outil : Cette idée d'activité nous a été proposée pour le cycle 4 ; elle a été expérimentée dans la classe de 6e primaire de monsieur Damien Cabo, enseignant à l'école fondamentale des Ursulines de Tournai. Elle est transférable au cycle 3, sous forme de contagion (par exemple, pour la construction des parllélépipèdes).

Contexte de conception de l'outil :

Pour notre stage au cycle 4, notre professeur de mathématiques[1] nous a proposé de travailler les aires ou les volumes. Il nous a proposé une idée d'activité qu'il a intitulée : « Des *parallélépipèdes en pagaille »*[2].
Elle a été présentée aux maîtres de stage durant la journée de rencontre préparatoire au stage et mon titulaire l'a vraiment appréciée. En effet, nous avons souvent tendance à très vite calculer les volumes de solides sans vraiment prendre le temps d'amener les élèves à se les approprier. Le fait de les construire constitue pourtant une étape importante de l'apprentissage.
Cette idée ayant donc plu à mon maître de stage, il m'a demandé de la réaliser et de l'adapter pour sa classe.

Intérêt de l'outil :

Pour l'enseignant

- Il est évident que ce matériel demande beaucoup de préparation. Cependant, il est utilisable pour être travaillé dans plusieurs compétences en mathématiques : construire des parallélépipèdes *(Savoir Structurer l'Espace)*, classer des parallélépipèdes rectangles du plus petit volume au plus grand *(Savoir Mesurer les Grandeurs),* calculer l'aire totale du parallélépipède rectangle *(Savoir Mesurer les Grandeurs)* etc.
- Cette activité est adaptable pour des enfants de 8 à 12 ans. Que ce soit pour l'initiation aux développements des parallélépipèdes au cycle 3 ou bien pour le calcul de volumes au cycle 4.
- C'est un matériel très concret et attrayant pour les enfants.
- Cette activité permet à l'enseignant de passer régulièrement dans les bancs, d'observer et d'écouter les élèves, de les pousser dans leur réflexion, de se rendre compte de leur avancement.

[1] Monsieur Gilbert Cambier, Professeur de mathématiques à la HELHa, à Leuze-en-Hainaut.
[2] voir annexe 4, notes de cours de mathématiques

Pour les élèves

- Cette activité va permettre à l'élève de manipuler, de visualiser son travail, de se poser des questions sur sa manière de fonctionner, d'émettre des hypothèses, de vérifier ses hypothèses… Tout ce qui touche aux compétences transversales instrumentales.
- Les compétences transversales relationnelles sont également développées. En effet, j'ai prévu le matériel en conséquence pour que les élèves aient une boîte avec les surfaces nécessaires pour travailler par groupe de deux. Cela favorise la collaboration et le travail en équipe. J'ai pu observer une réelle complicité entre les enfants. Ils trouvaient ensemble un développement. L'un découpait les bouts de papier collant pendant que l'autre assemblait les surfaces. Ensuite, lorsqu'un enfant avait fini de préparer le matériel pour que son camarade puisse assembler les pièces, il réfléchissait lui aussi à un développement, car il voulait également assembler des pièces. Cela les "boostait" et donnait du rythme à la construction des dix solides.
- Les parallélépipèdes, une fois réalisés, sont toujours présents sur leur bureau et donc disponibles pour d'autres apprentissages.

Conseils pour une bonne utilisation de l'outil :

- Vu que la réalisation des parallélépipèdes mobilise un temps de classe conséquent, il faut penser à rendre ce matériel le plus solide possible. Pour cela, j'ai choisi de prendre du papier épais (280g/m^2) et de le plastifier.
- Pour l'assemblage, j'avais prévu de mettre des rouleaux de papier collant transparent, mais lors du désassemblage, il faut faire attention que le papier collant n'emporte pas le papier plastifié. C'est pour cela que du papier collant du type Tessa conviendrait mieux. C'est moins esthétique, mais beaucoup plus pratique pour la découpe des morceaux de papier collant.
- J'ai eu la chance d'avoir une classe qui travaillait rapidement ... Dans certaines classes, la construction des solides peut prendre plus de temps, du moins pour certains élèves. Il faut donc penser à la gestion du temps pour permettre à ceux-ci de bénéficier du temps nécessaire pour achever la construction. On peut aussi créer des binômes en associant un élève qui est à l'aise dans le domaine du Savoir Structurer l'Espace avec un élève qui a plus de difficultés. Ou prévoir des tâches complémentaires à réaliser en autonomie pour les élèves les plus rapides.

Les parallélépipèdes en pagaille
SSE. 3.5. Agencer, fabriquer des solides, des surfaces, des lignes.

Programme Intégré	***Formation Mathématique***
Compétence visée : *Savoir Structurer l'Espace* SSE. 3.5. Agencer, fabriquer des solides, des surfaces, des lignes	**Compétence visée :** *Solides et Figures :* 2.2.2 Construire des figures et des solides simples avec du matériel varié
Compétences sollicitées : *Savoir Structurer l'Espace* SSE. 3.1. Se dégager des objets et distinguer, spécifier ce que sont des solides, des surfaces, des lignes, des points. SSE. 3.3. Analyser, caractériser selon différents critères des solides, des surfaces, des lignes, dont des droites du plan, des points. SSE. 3.4. Établir des relations entre solides et diverses représentations planes. *Savoir Mesurer des Grandeurs* SMG. 3.5. Recourir aux formules de périmètres, d'aires, de volumes dans des situations problématiques plausibles. Les trois compétences transversales (relationnelles, instrumentales et relatives à la prise de conscience de son fonctionnement).	**Compétences sollicitées :** *Solides et Figures :* 2.2.1 Reconnaitre, comparer des solides et des figures, les différencier et les classer 2.2.6 Associer un solide à sa représentation dans le plan et réciproquement 2.3.2 Décrire les différentes étapes d'une construction en s'appuyant sur des propriétés de figures, de transformations *Les Grandeurs :* 3.1.4 Construire et utiliser des démarches pour calculer des périmètres, des aires, des volumes

Dispositif pédagogique :

Les élèves travaillent par groupe de deux. Ils doivent collaborer pour réaliser les 10 solides. Les bancs sont disposés de manière classique : 3 rangées de 4 bancs mis les uns derrière les autres.

Matériel nécessaire :

Pour chaque élève :

- La feuille de route (voir annexe)
- Un crayon
- Une latte

Pour chaque duo :

- Un rouleau de scotch
- Une paire de ciseaux
- Une boîte contenant les différentes surfaces :
    - 10 carrés de 4 cm de côté (rouge) ;
    - 10 carrés de 6 cm de côté (jaune) ;
    - 10 carrés de 8 cm de côté (bleu) ;
    - 10 rectangles de 4 cm de largeur et 6 cm de longueur (mauve) ;

- 10 rectangles de 4 cm de largeur et 8 cm de longueur (rose) ;
- 10 rectangles de 6 cm de largeur et 8 cm de longueur (vert).

Ces surfaces sont réalisées sur des feuilles plastifiées de 280 grammes/m^2 de couleurs différentes (rouge, jaune, bleu, mauve, rose, vert). Il est conseillé de mettre des surfaces supplémentaires pour laisser planer le doute sur le nombre de solide à réaliser (voir annexe n° 1).

Les six surfaces différentes. Les dimensions et couleurs peuvent bien sûr varier.

Pour la classe :

- Différents parallélépipèdes rectangles de la vie courante (parallélépipèdes rectangles, prismes droits à bases carrées, cubes)

Déroulement et consignes :

Intention de travail : *« Vous allez apprendre à construire des parallélépipèdes rectangles afin de pouvoir les analyser et les travailler par la suite. »*

Étape 1 : Rappel et observations de parallélépipèdes rectangles

Je montre différents parallélépipèdes rectangles de la vie courante : des parallélépipèdes rectangles, des prismes droits à bases carrées et des cubes. Le but est de faire un rappel sur ce dont ils se souviennent (propriétés, formules, etc.).

Consignes : *« Voici différents solides. Que sont-ils ? Que savez-vous à propos de ces solides ? Qu'y a-t-il de commun ? Qu'y a-t-il de différent ? »*

Étape 2 : Construire des parallélépipèdes rectangles

Les élèves ont à leur disposition différentes surfaces. Je leur propose le défi suivant :

Consigne : *« Vous disposez de plusieurs carrés et rectangles, de dimensions et de couleurs différentes. À vous de réaliser des parallélépipèdes rectangles à partir de ces surfaces, en les assemblant avec du papier collant. Vous pouvez bien sûr composer des parallélépipèdes ayant des faces de couleurs différentes.*

Essayez d'obtenir le plus de parallélépipèdes différents.
Complétez ensuite votre feuille de route, au fur et à mesure de vos constructions.
C'est un travail qui se fait par deux, je vous conseille donc de bien collaborer.»

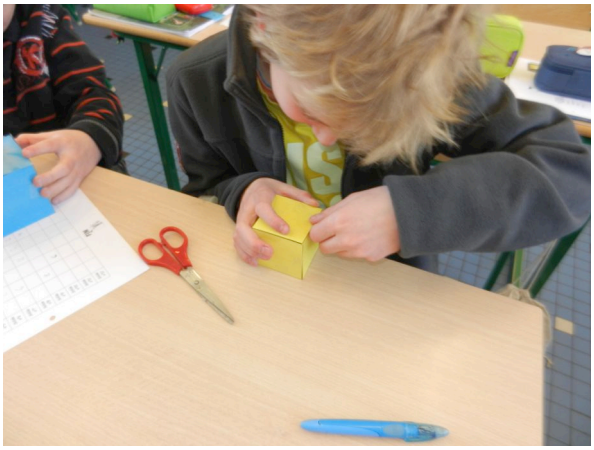
Consignes de déroulement que j'écris au tableau :
1. Prendre un certain nombre de surfaces pour réaliser un parallélépipède rectangle.
2. Assembler ces surfaces à l'aide de scotch.
3. Si besoin, remettre des surfaces superflues ou prendre des surfaces supplémentaires dans la boîte.
4. Compléter sa feuille de route (et la faire parapher).
6. Reproduire ces différentes étapes afin d'obtenir le plus de parallélépipèdes rectangles différents.

Je passe dans les bancs aider groupes au travail s'ils en ont besoin et pour valider leurs premières constructions en paraphant leur feuille de route.

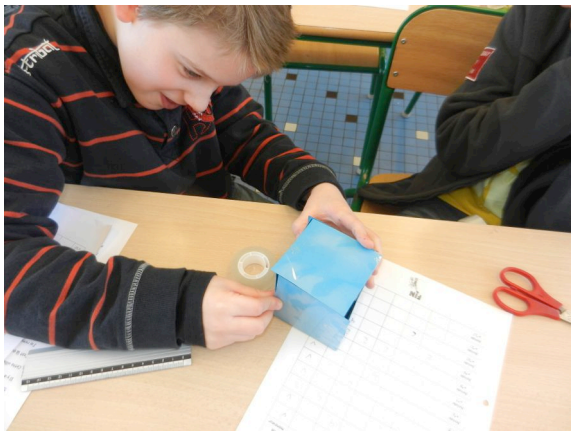
Relances possibles :
- Remontrer des parallélépipèdes rectangles de la vie courante (étape 1) et faire observer la disposition des faces ;
- Montrer un développement de parallélépipède rectangle.

Une mise en commun est ensuite organisée pour dégager les 10 solides à obtenir.

Un élève découpe le papier collant …


… Pendant que l'autre assemble.

La feuille de route est ensuite complétée…


... Puis, les rôles s'inversent.

Étape 3 : Calculer les volumes

Je demande aux enfants de calculer le volume de tous les solides réalisés. Les enfants doivent évidemment prendre leurs mesures. Pour plus de facilités, chaque élève du duo calcule le volume de cinq parallélépipèdes pour gagner du temps.

Consigne : *« Je vous demande maintenant de calculer les volumes de chaque solide. Pour que vous ayez plus facile, chaque élève du groupe calcule le volume de cinq parallélépipèdes. »*

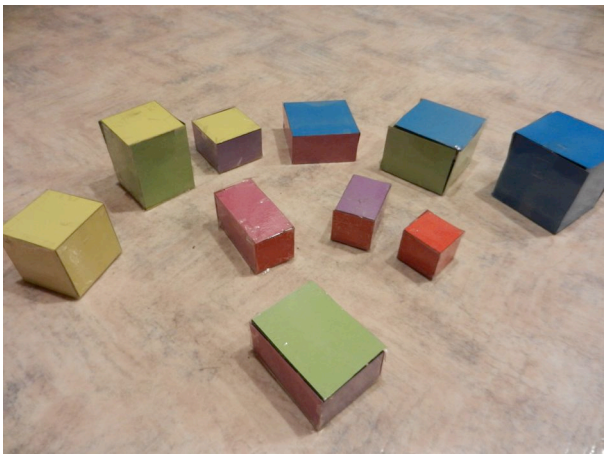
Il y a ensuite un temps de confrontation pour obtenir toutes les mesures puis de mise en commun pour vérifier les calculs de volume.

Étape 4 : Ranger les parallélépipèdes rectangles par rapport à leur volume

Une fois le calcul de chaque solide réalisé, je demande aux élèves de les ranger du plus petit volume au plus grand. Ils doivent simplement faire le rangement sur leur bureau.

Consigne : *« Vous pouvez maintenant ranger ces solides du plus petit volume au plus grand. »*

Matériel



Les 10 solides à réaliser

<u>Prolongements</u> :

Différentes pistes sont ensuite envisageables. Je les ai exploitées.

- Calculer l'aire totale de ces solides ;
- Réaliser les développements à l'échelle (voir annexe n° 3 verso) ;
- Réaliser les fiches d'identité (voir annexe n° 3 recto) ;
- …

Il faut simplement faire attention à préciser les compétences, car elles sont toutes différentes.

Analyse, réflexion, questions :

- Au niveau de la matière, je pense qu'il faut bien être clair avec les enfants lorsqu'on parle de surfaces et de volumes. Il ne faut pas les confondre et vérifier que les enfants ne les confondent pas non plus.
- C'est évident que dans le déroulement décrit ici, les formules d'aire et de volume du parallélépipède rectangle et du cube avaient été construites et étaient bien maitrisées par la classe. Si ce n'est pas le cas, on peut néanmoins partir des solides réalisés pour construire ces formules, par exemple en cherchant à les comparer (sur leur aire ou sur leur volume).
- Je ne m'attendais pas à ce que les enfants confondent la deuxième dimension avec la troisième dimension. Malgré que mon maître de stage ait fait un énorme travail sur cette distinction, lui et moi, nous nous sommes rendu compte que ce n'était pas encore acquis …
- Comme dans toute activité d'apprentissage où les élèves peuvent travailler à leur rythme, il est toujours utile de prévoir des tâches complémentaires pour ceux qui avancent plus vite, surtout pour les activités de prolongement. C'est pour cela que j'ai prévu de demander aux enfants qui avaient terminé de créer des fiches d'identité d'autres solides que ceux imposés, de réaliser des développements en plus ou même de trouver d'autres développements pour un même solide, de calculer l'aire totale de solides supplémentaires.
- Une fois les séances sur la construction et le calcul des volumes achevées, je me suis demandé quelle suite donner à cette activité. A mon titulaire, nous avons pensé à des pistes supplémentaires qui pourraient exploiter mon matériel. C'est ainsi que nous sommes arrivés aux activités de prolongement (voir page précédente), que j'ai réalisées et que j'ai trouvées très intéressantes. Je pense qu'il est encore possible de trouver d'autres pistes par exemple, le lien entre les volumes et les capacités. Ce qui rend ce matériel très riche, c'est qu'il est exploitable pour bien d'autres compétences.
- Le titulaire d'une autre classe est venu nous rendre visite pendant cette activité et a tout de suite remarqué les parallélépipèdes sur les bureaux des enfants. Il a semblé être intéressé. C'était donc apparemment assez attrayant.
- La démarche de cette leçon pourrait être adaptée dans les classes du cycle 3. C'est un moyen très pratique de travailler les parallélépipèdes rectangles.
- La motivation des élèves est vraiment remarquable. Le fait de devoir construire leur matériel tout en réfléchissant à ce qu'ils connaissent n'est-il pas là un des points fondamentaux du modèle socioconstructiviste ?

Annexe n° 1 :

Annexe n° 2 :

Ma feuille de route

	Surface rouge	Surface jaune	Surface bleue	Surface rose	Surface mauve	Surface verte	Paraphe de monsieur
Solide n°1							
Solide n°2							
Solide n°3							
Solide n°4							
Solide n°5							
Solide n°6							
Solide n°7							
Solide n°8							
Solide n°9							
Solide n°10							
Solide n°11							
Solide n°12							

Annexe n°3 (recto) :

Fiche d'identite

Photo du solide

Nom précis : _____

Nombre d'arêtes : _____

Nombre de sommets : _____

Nombre de faces : _____

Particularité des faces :

Forme :	Carré			Rectangle		
Couleur :	Rouge	Jaune	Bleu	Mauve	Rose	Vert
Dimensions :	4 cm x 4 cm	6 cm x 6 cm	8 cm x 8 cm	4 cm x 6 cm	4 cm x 8 cm	6 cm x 8 cm
Nombre :						

<u>Annexe n°3 (verso)</u> :

Développement à l'échelle $\frac{1}{2}$:

Annexe 4 : les notes du cours de Mr Cambier qui m'ont servi à construire cette activité.

Assembler 6 rectangles pour construire des parallélépipèdes rectangles.

1) Documents servant de base à l'activité

Trouver des développements d'un parallélépipède rectangle

Observer 7 par rectangles ayant des arêtes choisis parmi les longueurs 3, 5, 7

1 Activité de base

Objectifs

- Chercher différents patrons du pavé.
- Reconnaître les patrons du pavé.

Matériel

- Un ensemble de rectangles construits sur fiche bristol quadrillée (les élèves peuvent les avoir construits chez eux la veille à la demande de l'enseignant).
- Scotch repositionnable (il se détache facilement).
- Une feuille de commande (voir ci-après).
- Des feuilles de papier uni.

Déroulement

- L'ensemble des rectangles dont les dimensions avaient été fixées (par exemple 3 x 5, 3 x 7, 5 x 7, 3 x 3, 5 x 5 et 7 x 7) est ramassé. Il est souhaitable d'en avoir une bonne quantité de chaque modèle.

Les élèves sont regroupés par 2 et vont devoir passer une commande de rectangles et de morceaux de Scotch à l'enseignant (voir feuille de commande ci-dessous) afin de construire un pavé dont ils auront déterminé à l'avance les dimensions qu'ils auront indiquées sur un schéma à main levée. Sur cette même feuille, ils devront faire le dessin de leur assemblage à plat : c'est un premier patron qu'ils auront anticipé et dont ils vérifieront la validité par la fermeture du solide avec les morceaux d'adhésif.

Choisir un PAVÉ
Repérer et mesurer les 3 types d'ARÊTES
Choisir les rectangles parmi les modèles proposés.

Feuille de commande

Noms des élèves :

Dessin en perspective à main levée du pavé à construire avec indication des dimensions.

Commandez

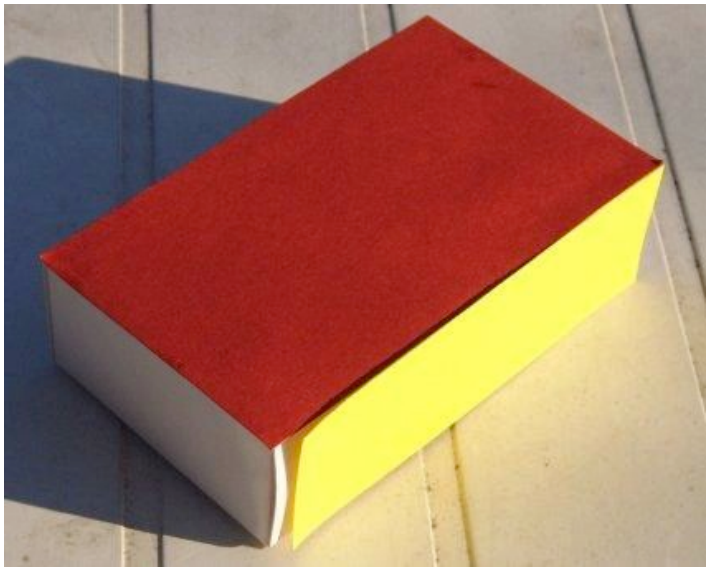
Faces	3	5	7	5	7	7	Morceaux d'adhésif
	3 ☐	5 ☐	7 ☐	3 ☐	3 ☐	5 ☐	
Nombre							

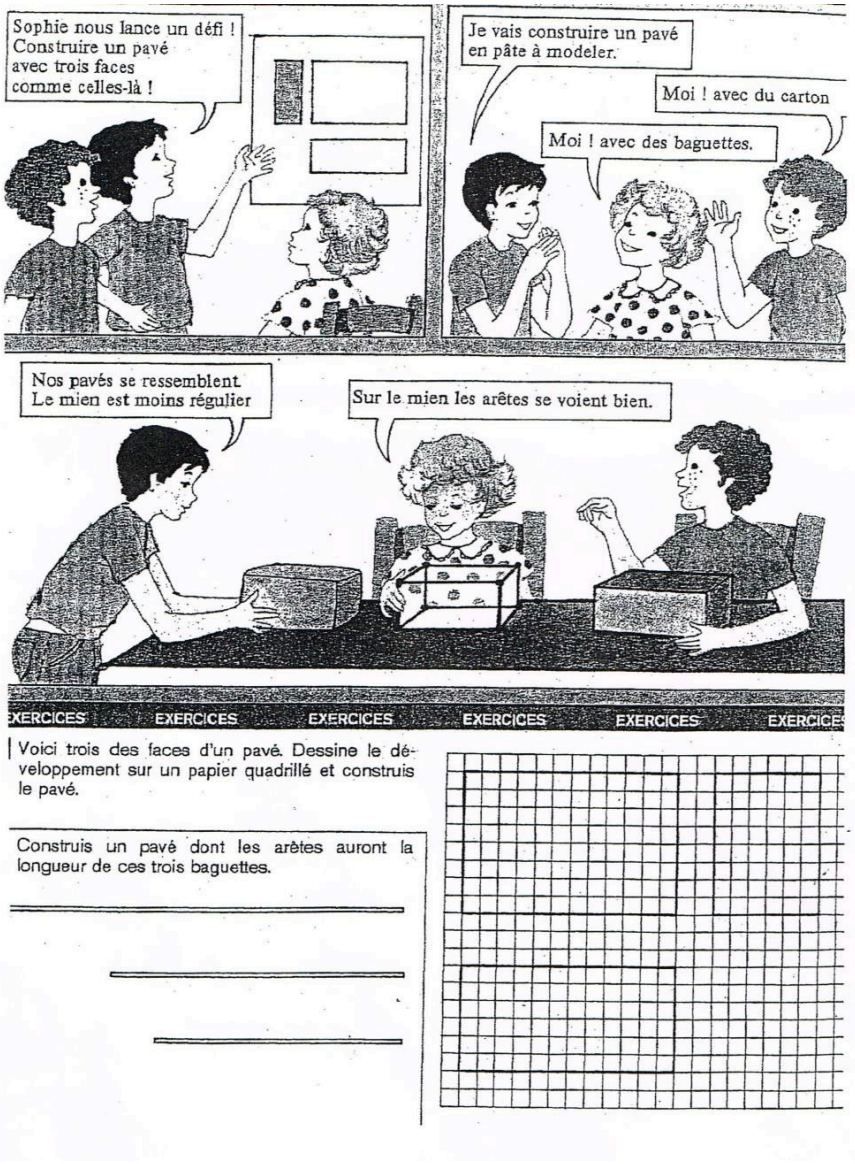
Dessinez

Le 1er patron avant construction.	Le 2e patron obtenu après ouverture du pavé.

Comparer les parall. rectangles obtenus. Combien ? Quels critères ?
- longueur des arêtes
- aire totale
- volume

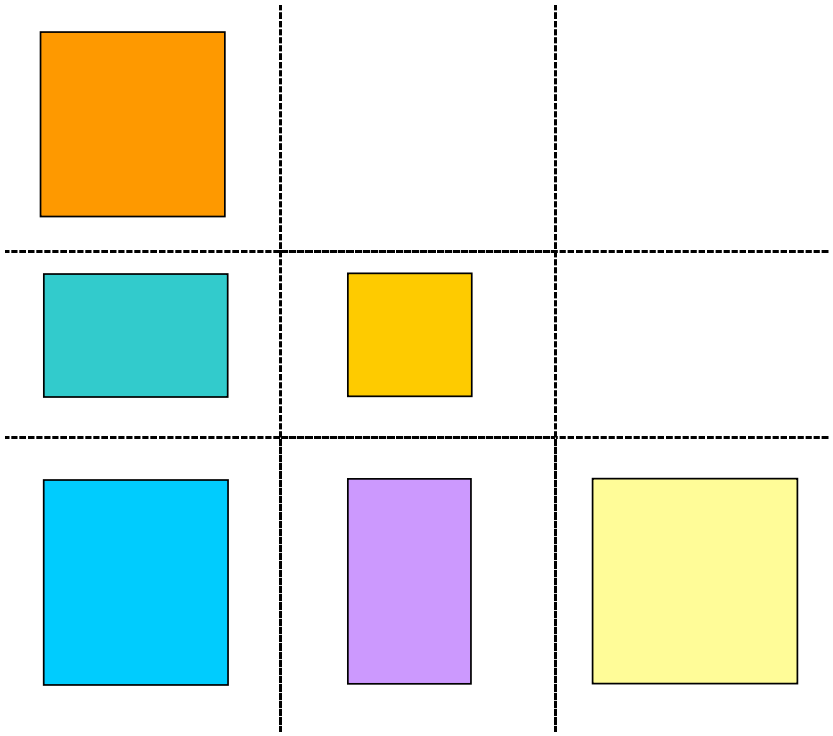
G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles





G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles

2) Pistes pour construire l'activité



- Rechercher toutes les possibilités : il faut découper en plusieurs exemplaires les 6 modèles de rectangles dont les dimensions sont choisies parmi 3 mesures (utiliser des feuilles épaisses de couleurs différentes, prévoir du scotch repositionnable)
- Assembler 6 de ces rectangles pour former des patrons de parallélépipèdes rectangles; il y a beaucoup de possibilités
- Classer ces patrons suivant le nombre de couleurs utilisées
- Calculer l'aire totale, le volume des différents parallélépipèdes (certains sont des cubes, d'autres des prismes réguliers à bases carrées)
- Des rectangles pourraient former la surface latérale de prismes droits réguliers; tracer les polygones pour former les bases de ces prismes.
- Repérer des développements corrects/incorrects

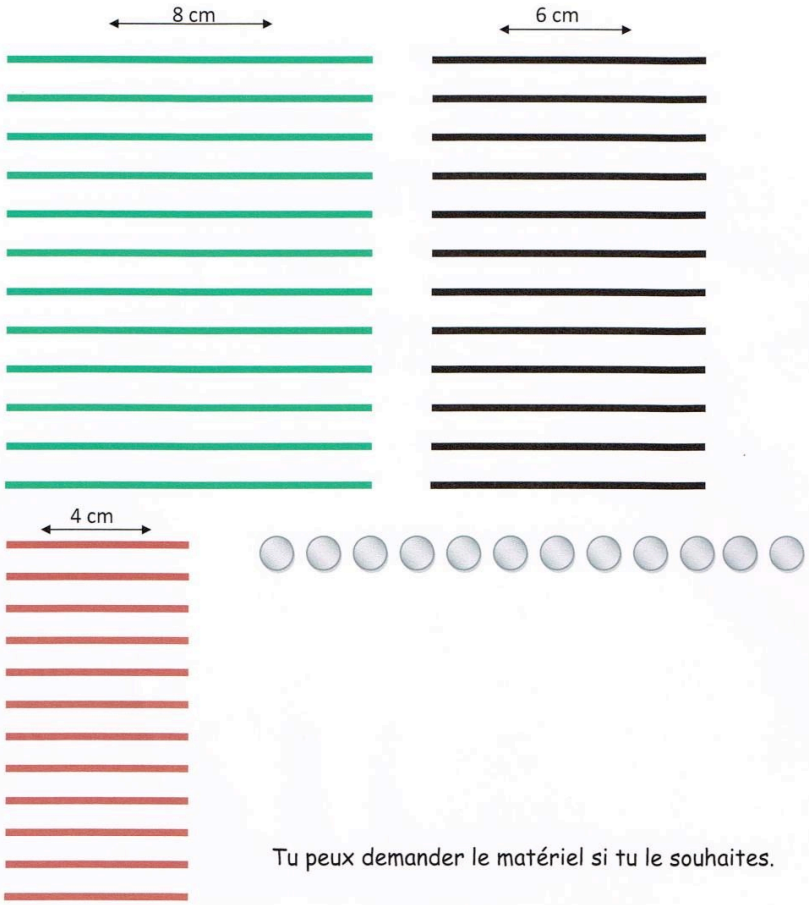
G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles

3) Voici une proposition de Louise Nisolle (2PPB)

Fiche 11 *Les parallélépipèdes rectangles*

Voici des morceaux de paille et des boules de pâte à modeler.

Tu dois construire 2 parallélépipèdes rectangles de ton choix. Note ce dont tu as besoin pour cela.

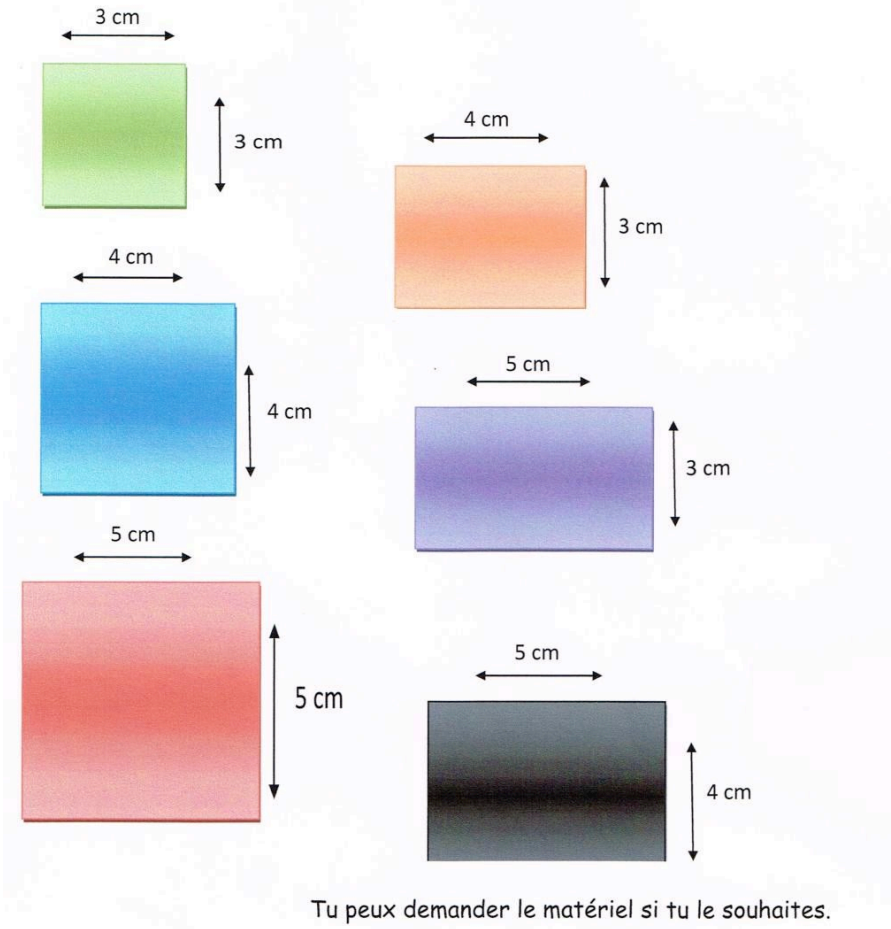


Tu peux demander le matériel si tu le souhaites.

G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles

Tu as à ta disposition 6 fois chaque carte ci-dessous.

Tu dois construire 2 parallélépipèdes rectangles de ton choix. Note sur ta feuille les cartes dont tu auras besoin pour cela.



G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles

"Des parallélépipèdes rectangles en pagaille !"

Lors de cet atelier, tu vas mettre en œuvre des compétences qui vont te permettre de construire des parallélépipèdes rectangles à partir de leurs propriétés.

CONSIGNES:

1. Vous disposez de cartons rectangulaires de couleurs différentes.
2. Observez attentivement ce matériel.
3. Avec ces cartons, il s'agit de construire un maximum de parallélépipèdes rectangles différents, chaque face étant constituée d'un carton.
4. Après chaque développement construit, tracez-le sur une feuille quadrillée.

MATÉRIEL:

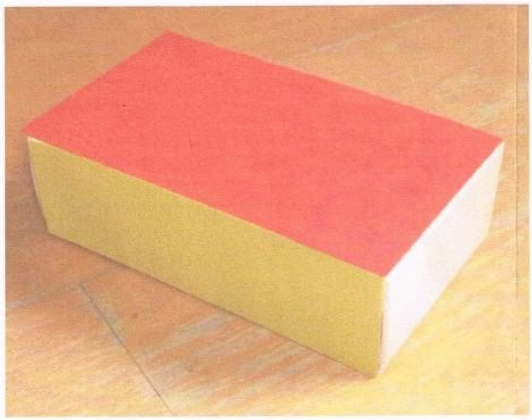
Des cartons rectangulaires de couleurs différentes
Des feuilles quadrillées
Latte et crayon

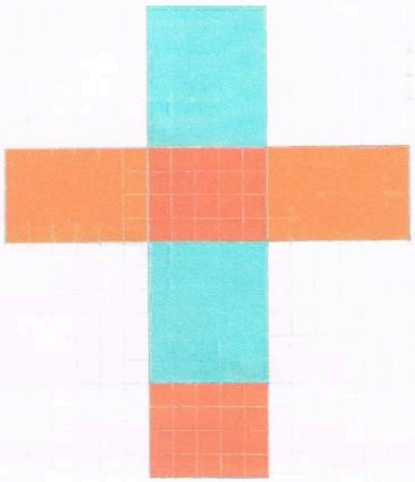
BOITE à OUTILS:

Besoin d'un coup de pouce, ouvrez l'enveloppe 1
Besoin encore d'un coup de pouce, ouvrez l'enveloppe 2

G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles

Coup de pouce enveloppe 1.





G. Cambier / Construire des parallélépipèdes rectangles