



Un outil au service des propriétés des opérations

Type d'outil : Activité d'apprentissage visant la construction des propriétés des opérations par les élèves.

Auteur : Alice Vanneste, étudiante en 3^e année pédagogie primaire, HELHa Leuze-en-Hainaut.

Cycle auquel est destiné cet outil : Cycle 4

Contexte de conception de l'outil :

La classe dans laquelle j'ai effectué l'un de mes stages travaillait beaucoup sur base du modèle du conditionnement¹. En général, le professeur donnait la "théorie", répondait aux questions, faisait quelques exercices oralement puis des entraînements par écrit. Les élèves pouvaient toujours poser des questions, mais après les exercices, ils étaient évalués. Ceux qui éprouvaient plus de difficulté n'avaient pas plus de temps que les autres pour comprendre. Il me semble que dans cette classe, beaucoup de « savoirs » sont oubliés après l'évaluation.

En fin de compte, les élèves calculent mentalement très difficilement et commettent beaucoup d'erreurs, n'ayant pas l'occasion d'utiliser un matériel spécifique ni de construire réellement leurs savoirs...

Aussi, cette manière de fonctionner m'a semblé en opposition avec l'une des missions de l'école définies par le Décret "Missions" : « *Amener tous les élèves à s'approprier des savoir, à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle.* ».

Dès lors, je voulais rendre les élèves plus actifs et les laisser manipuler pour qu'ils puissent visualiser l'intérêt de l'apprentissage.

J'ai longuement réfléchi à la manière de donner la leçon. J'en ai parlé avec d'autres étudiants et professeurs.

Intérêt de l'outil :

- Ce matériel permet à chaque élève de :
 - Manipuler ;
 - Visualiser ;
 - Se poser des questions sur la manière de fonctionner ;
 - Observer attentivement ;
 - Dégager eux-mêmes des règles ;
 - Se justifier ;
 - Émettre des hypothèses
 - ...

¹ voir l'ouvrage de Joseph Stordeur : Enseigner et/ou apprendre, éditions De Boeck,

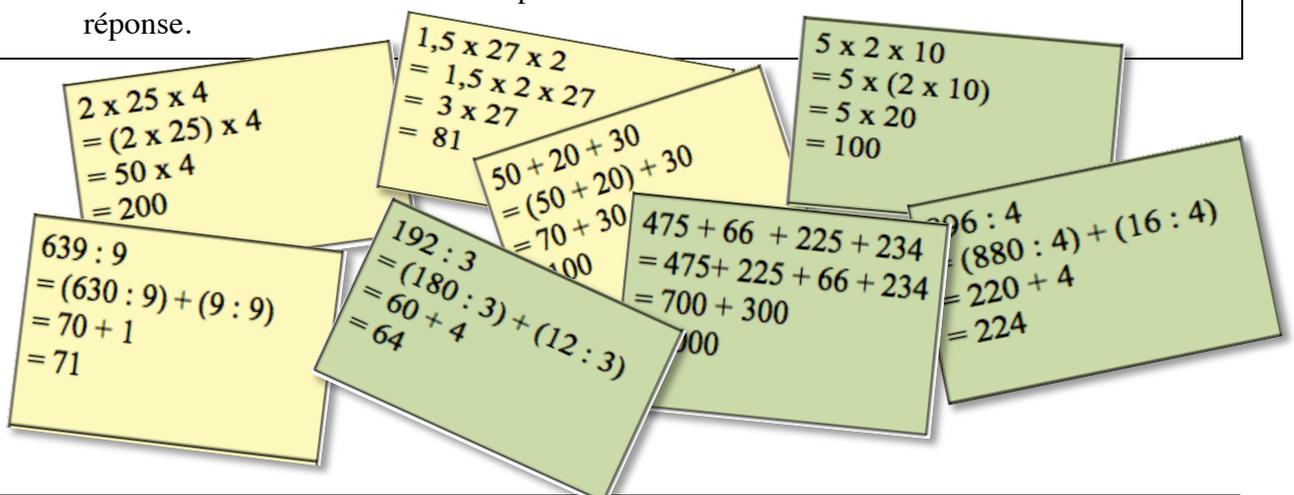
- L'enseignante peut :
 - Passer dans les bancs ;
 - Observer et écouter les élèves ;
 - Pousser les enfants dans leur réflexion ;
 - Se rendre compte des niveaux des élèves ;
 - ...
- Certains enfants sont aidés par les autres, peuvent exprimer ce qu'ils ne comprennent pas, recevoir des relances individuelles...

Conseils pour une bonne utilisation de l'outil :

- Il est important de partir d'un matériel individuel varié et complexe, afin de permettre à chacun de dégager les liens entre les différents calculs représentés. Chaque élève reçoit donc une collection de 15 étiquettes illustrant les 3 propriétés qui seront dégagées. En outre, les calculs de cette collection sont différents de ceux reçus par son voisin : cela obligera chacun, lors de la confrontation avec son voisin, à se centrer sur les propriétés des opérations mobilisées dans chaque catégorie plutôt que le "bon" classement en lui-même. Afin de faciliter cette confrontation, les étiquettes des deux séries sont réalisées sur du papier de couleurs différentes (jaune/vert).
- Il est également important de disposer d'une collection d'étiquettes en grand format (A4) afin de servir de support lors des échanges collectifs.

Cadre général :

- J'ai établi avec les élèves une charte de groupe en début de stage pour contrôler la gestion du bruit et optimiser les confrontations.
- Il est important de rappeler aux élèves que lors des apprentissages, ils ont le droit à l'erreur, celle-ci permet d'avancer. Lorsque je passe dans les bancs et que je remarque des erreurs, je ne leur dis pas. Lors de la mise en commun, soit les élèves se rendent compte de leur(s) faute(s) lorsque les autres expliquent leur raisonnement, soit ils me disent des réponses que je note au tableau. Si les autres remarquent quelque chose qui leur semble incorrect, ils le signalent et se justifient.
- Les élèves travaillent d'abord seuls, confrontent ensuite par deux, reviennent seuls et nous terminons par une mise en commun collective.
- Des relances (écrites, orales, individuelles ou collectives) sont proposées aux élèves durant toute la durée de l'activité pour les aider à avancer sans leur donner directement la réponse.



Compétence d'intégration : Savoir Calculer sur des nombres Intitulé : un outil au service des propriétés des opérations

Compétence visée :

SCN.4.3. : Inventer une procédure de résolution en décidant de recourir à ce que permettent les propriétés des opérations :

- Commuter les éléments
- Les décomposer et les associer ou les distribuer
- Transformer un élément et compenser sur un autre.

Compétences sollicitées :

SCN.3.4. Articuler les opérations d'addition et de soustraction, de multiplication et de division (réciprocité, particularisation, similitudes...).

SELL.2.1. Organiser selon divers critères : trier, classer, ranger, articuler.

SCN.2.2. Créer des classes, des familles de nombres, expliciter des critères.

Dispositif pédagogique :

Les élèves travaillent d'abord seuls. Plusieurs phases de confrontation par deux seront organisées durant l'activité. Les bancs doivent être assez proches les uns des autres pour gagner du temps lors des confrontations.

Matériel nécessaire :

Pour chaque élève :

- une enveloppe avec des calculs et leur résolution. Chaque enveloppe contient :
 - 5 calculs se basant sur l'associativité ;
 - 5 calculs se basant sur la commutativité ;
 - 5 calculs se basant sur la divisibilité ;

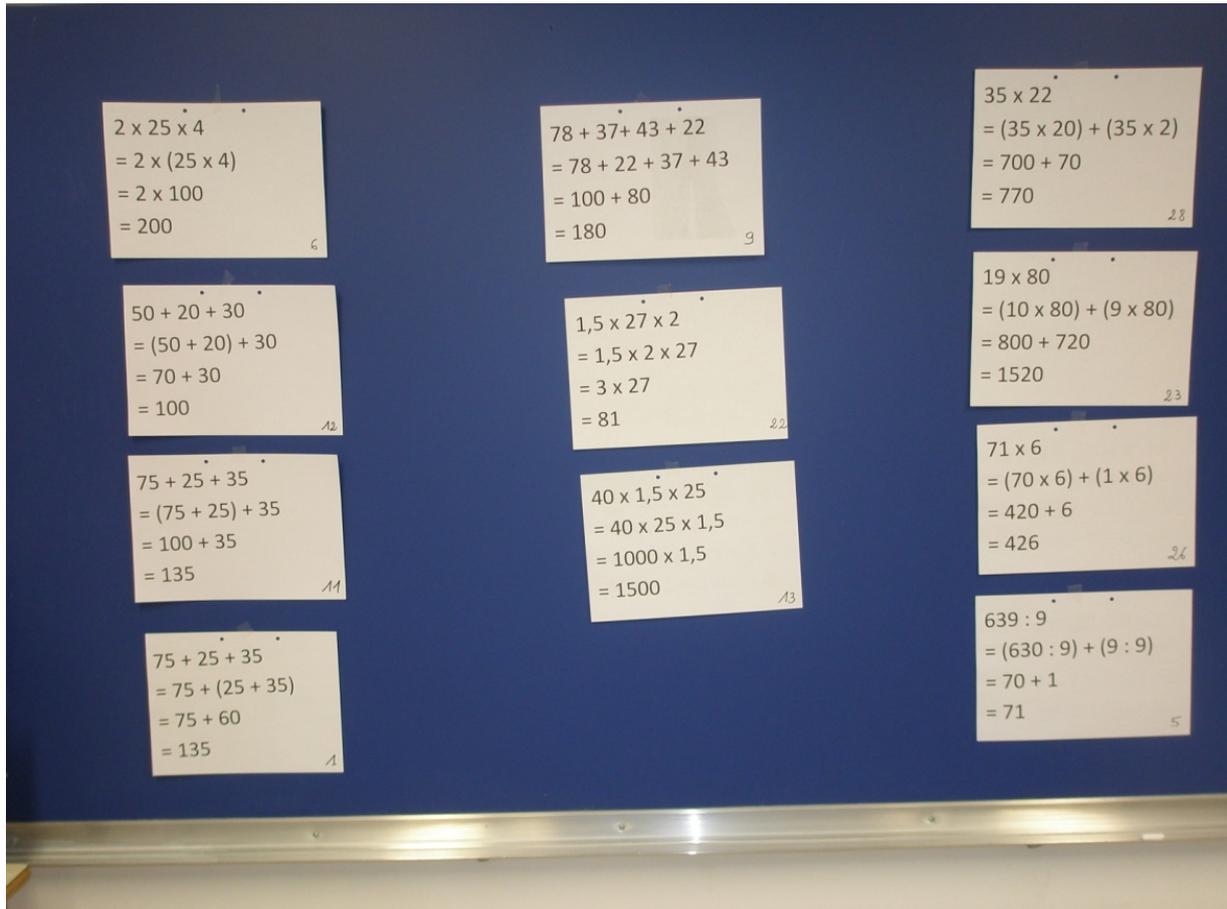
Pour que la confrontation soit plus riche, les élèves ont, par banc, 1 enveloppe jaune et une enveloppe verte contenant chacune, des calculs différents. Les couleurs permettent de distinguer les étiquettes de chacun. Chaque étiquette est numérotée, ceci afin de faciliter les discussions lors de la mise en commun



Les couleurs sont utilisées pour faciliter la confrontation

Pour la classe :

- les deux collections d'étiquettes, reproduites au format A4 (et numérotées)



Étape 1 :

- Enveloppes pour les élèves
- Calculs sur feuilles A4.

Étape 2 :

- Calculs sur l'associativité (A4)

Étape 3 :

- Quelques exemples sur l'associativité
- Toutes les feuilles A4 sur la commutativité

Étape 4 :

- Quelques exemples de calculs sur l'associativité et sur la commutativité
- Toutes les feuilles A4 sur la distributivité
- Des exemples de calculs pour lesquels, la distributivité n'est pas utilisée à bon escient.

Déroulement et consignes :

Intention de travail : *"Nous allons découvrir trois propriétés en mathématique qui peuvent nous aider à calculer plus rapidement et plus facilement."*

Étape 1 : classement des étiquettes

Je distribue des étiquettes aux élèves.

Consigne 1 : *« Seuls, classez les étiquettes : mettez ensemble les étiquettes pour lesquelles nous faisons la même chose, nous procédons de la même manière pour résoudre le calcul. »*

Consigne 2 : *« Par deux, confrontez votre classement et justifiez-vous. »*

Consigne 3 : *« Seuls, modifiez/améliorez votre classement en fonction de la confrontation avec votre voisin ».*

Si des élèves ont du mal à dégager des similitudes entre les différentes étiquettes, je leur propose de chercher à former 3 catégories ; au besoin, je place une étiquette exemple pour chaque catégorie.

Mise en commun :

Les élèves sont amenés à représenter leur classement au tableau, à l'aide des étiquettes grand format (A4), et à justifier leurs choix.

Étape 2 : découverte de l'associativité

Nous regardons la colonne de l'associativité.

Consigne : *« Que remarquez-vous parmi toutes les étiquettes du tableau ? »*

⇒ On regroupe deux termes, peu importe la position des parenthèses, ça donne la même réponse.

Quelles opérations sont travaillées dans cette catégorie ?

Pourquoi ne pas utiliser les autres ? (soustraction et division)

Je note une division et une soustraction au tableau avec des parenthèses.

« Essayez de déplacer les parenthèses. Faites le calcul. »

« Que se passe-t-il ? »

⇒ Le résultat change. La soustraction et la division ne sont pas associatives.

Étape 3 : découverte de la commutativité

Au tableau sont placées toutes les affiches sur la commutativité.

Consigne : *« Seuls, inventez un calcul qui irait bien dans cette catégorie, qui utilise le même procédé. »*

Relance possible : j'écris un calcul au tableau et ils doivent le résoudre en appliquant le procédé.

Mise en commun :

Je voyage dans les bancs afin de repérer la compréhension des enfants face à cette propriété.

Je demande à quelques élèves de venir écrire leur calcul au tableau. Je veille à ce qu'il y ait des réponses correctes et incorrectes pour rendre la mise en commun intéressante.

Chaque élève explique comment il a procédé pour inventer son calcul. Avec le groupe classe, nous validons ou non les démarches en nous justifiant à chaque fois. Ensemble, nous oralisons les procédés et utilisons le vocabulaire précis.

« *Qu'avons-nous utilisé comme opérations pour la commutativité ?* »

⇒ Addition et multiplication

« *Pourquoi ne pas utiliser la soustraction et la division ?* »

J'écoute les propositions des élèves et ils se justifient par un exemple.

Je réalise la synthèse avec les élèves. Ils l'écrivent dans leur cahier de calcul rapide.

Entraînements :

Je dicte quelques calculs aux élèves, ils les réalisent dans leur cahier de mathématique.

Lorsqu'ils pensent avoir trouvé la réponse, ils lèvent leur doigt.

Plusieurs élèves viennent expliquer leur procédé au tableau.

Étape 4 : la distributivité

Nous regardons la colonne de la distributivité.

Je demande à chacun de prendre une étiquette (la même pour tout le monde) et d'expliquer dans son cahier le procédé utilisé pour arriver à la réponse finale (avec des mots précis).

Relance possible : j'écris un calcul au tableau pour lequel la distributivité n'est pas utilisée à bon escient (ex : pour la division, nous décomposons le dividende en 2 nombres non multiples du diviseur).

Consigne : « *Modifiez/affinez votre procédé par écrit. Ensuite, par deux, échangez vos cahiers. Critiquez la définition de votre voisin : ce avec quoi vous êtes d'accord ou pas d'accord.* »

Mise en commun :

J'écoute les procédés de certains élèves et nous réalisons la synthèse ensemble.

Pour voir si les élèves ont tous compris, je leur donne un calcul et ils doivent réaliser la distributivité.

Prolongements :

Les élèves ont réalisé des entraînements sur les trois procédés mélangés. Je passe dans les bancs pour répondre aux éventuelles questions des élèves.

Analyse, réflexion, questions :

- J'aurais dû prévoir une représentation géométrique pour expliquer la distributivité. En effet, c'est le procédé le plus complexe et certains élèves ne comprenaient pas toujours comment l'utiliser.

Exemple : $72 \times 21 =$

	70	2
20	1400	40
1	70	2

$$\begin{aligned}
 72 \times 21 &= (70 \times 20) + (70 \times 1) + (2 \times 20) + (2 \times 1) \\
 &= 1400 + 70 + 40 + 2 \\
 &= 1512
 \end{aligned}$$

- Au préalable, il est nécessaire de réaliser une analyse-matière approfondie, en particulier sur les liens entre les différentes opérations. Ex : la commutativité emploie l'associativité.
- Prévoir des exercices supplémentaires et plus complexes pour les élèves les plus rapides (= dépassements).
- Avant de commencer l'activité, il faut bien penser aux relances et aux obstacles que les élèves rencontreront tout au long de l'apprentissage. En effet, je ne m'attendais pas à certains classements lors de l'étape 1.

Par exemple, certains élèves avaient trié les étiquettes : parenthèses/pas de parenthèses, mais ne savaient pas expliquer pourquoi elles étaient présentes ou absentes. Dans ces moments, il ne faut pas dire la réponse, mais pouvoir aiguiller les idées des élèves en les accompagnant dans leurs réflexions.

- La démarche de cette leçon pourrait être adaptée dans les classes du cycle 3. C'est un procédé très pratique qui peut aider certains enfants pour les calculs mentaux (raisonnement et logique).
- Ma titulaire était contente de la leçon, mais avait peur que l'apprentissage prenne trop de temps. D'habitude, sa méthode est plus rapide ... Et pourtant, il m'est apparu que le fait que les élèves construisent eux-mêmes leur savoir était un avantage considérable. Ils sont actifs, rencontrent des obstacles et essaient de les surmonter, cherchent, confrontent, modifient leurs hypothèses.

Finalement, ils sont très contents d'avoir trouvé eux-mêmes les procédés. Leur motivation est grande et ils aiment bien travailler sur cet apprentissage.

- C'est enrichissant pour nous, enseignant, car nous partons des représentations des élèves et c'est à nous de nous adapter à leurs demandes, à leurs incompréhensions... Nous apprenons tout autant qu'eux.
- Les élèves ont vraiment une situation complexe et concrète dès le départ. Dans leur vie quotidienne, ils seront souvent amenés à calculer. Grâce aux exemples donnés, ils peuvent directement créer des liens avec des problèmes qu'ils rencontrent tous les jours.

Le fait de partir des 3 propriétés en même temps est un avantage : les élèves peuvent ainsi mettre en évidence les liens et les points communs des 3 propriétés. Mais cela peut être également un obstacle : attention toutefois à ce que les élèves ne confondent pas les 3 propriétés. C'est à nous de veiller à leur compréhension.

- Au début de l'activité, j'ai laissé le temps aux élèves de manipuler les étiquettes. Ils ont ainsi pu prendre contact avec le matériel. Cela a évité certains dérangements inutiles par la suite. Ensuite, je leur ai demandé de me décrire ce qu'ils voyaient et s'ils savaient de quoi nous allions parler. Les élèves ont émis plusieurs hypothèses. Pour finir, je leur ai annoncé mon intention de travail.
- Les élèves ont bien aimé avoir des étiquettes « calculs » différentes. Ils étaient alors contents de confronter et pouvaient vraiment discuter de leur(s) classement(s) et non de leurs réponses.

Annexe :Étiquettes élèves

Associativité

$$\begin{aligned} 75 + 25 + 35 \\ = 75 + (25 + 35) \\ = 75 + 60 \\ = 135 \end{aligned}$$

1

$$\begin{aligned} 75 + 25 + 35 \\ = (75 + 25) + 35 \\ = 100 + 35 \\ = 135 \end{aligned}$$

11

$$\begin{aligned} 50 + 20 + 30 \\ = (50 + 20) + 30 \\ = 70 + 30 \\ = 100 \end{aligned}$$

12

$$\begin{aligned} 22 + 28 + 80 \\ = (22 + 28) + 80 \\ = 50 + 80 \\ = 130 \end{aligned}$$

7

$$\begin{aligned} 5 \times 2 \times 10 \\ = (5 \times 2) \times 10 \\ = 10 \times 10 \\ = 100 \end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned} 5 \times 2 \times 10 \\ = 5 \times (2 \times 10) \\ = 5 \times 20 \\ = 100 \end{aligned}$$

24

$$\begin{aligned} 2 \times 25 \times 4 \\ = 2 \times (25 \times 4) \\ = 2 \times 100 \\ = 200 \end{aligned}$$

6

$$\begin{aligned} 50 + 20 + 30 \\ = 50 + (20 + 30) \\ = 50 + 50 \\ = 100 \end{aligned}$$

29

$$\begin{aligned} 2 \times 25 \times 4 \\ = (2 \times 25) \times 4 \\ = 50 \times 4 \\ = 200 \end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned} 22 + 28 + 80 \\ = 22 + (28 + 80) \\ = 50 + 80 \\ = 130 \end{aligned}$$

20

Distributivité

$$\begin{aligned} 35 \times 22 \\ &= (35 \times 20) + (35 \times 2) \\ &= 700 + 70 \\ &= 770 \end{aligned}$$

28

$$\begin{aligned} 19 \times 80 \\ &= (10 \times 80) + (9 \times 80) \\ &= 800 + 720 \\ &= 1520 \end{aligned}$$

23

$$\begin{aligned} 364 : 7 \\ &= (350 : 7) + (14 : 7) \\ &= 50 + 2 \\ &= 52 \end{aligned}$$

21

$$\begin{aligned} 639 : 9 \\ &= (630 : 9) + (9 : 9) \\ &= 70 + 1 \\ &= 71 \end{aligned}$$

5

$$\begin{aligned} 71 \times 6 \\ &= (70 \times 6) + (1 \times 6) \\ &= 420 + 6 \\ &= 426 \end{aligned}$$

26

$$\begin{aligned} 15 \times 51 \\ &= (15 \times 50) + (15 \times 1) \\ &= 750 + 15 \\ &= 765 \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} 26 \times 40 \\ &= (25 \times 40) + (1 \times 40) \\ &= 1000 + 40 \\ &= 1040 \end{aligned}$$

10

$$\begin{aligned} 896 : 4 \\ &= (880 : 4) + (16 : 4) \\ &= 220 + 4 \\ &= 224 \end{aligned}$$

17

$$\begin{aligned} 656 : 8 \\ &= (640 : 8) + (16 : 8) \\ &= 80 + 2 \\ &= 82 \end{aligned}$$

25

$$\begin{aligned} 192 : 3 \\ &= (180 : 3) + (12 : 3) \\ &= 60 + 4 \\ &= 64 \end{aligned}$$

19

Commutativité

$$\begin{aligned} & 5 \times 36 \times 20 \\ & = 5 \times 20 \times 36 \\ & = 100 \times 36 \\ & = 3600 \end{aligned}$$

18

$$\begin{aligned} & 25 \times 76 \times 4 \\ & = 25 \times 4 \times 76 \\ & = 100 \times 76 \\ & = 7600 \end{aligned}$$

16

$$\begin{aligned} & 164 + 35 + 65 + 36 \\ & = 164 + 36 + 35 + 65 \\ & = 200 + 100 \\ & = 300 \end{aligned}$$

27

$$\begin{aligned} & 1,5 \times 27 \times 2 \\ & = 1,5 \times 2 \times 27 \\ & = 3 \times 27 \\ & = 81 \end{aligned}$$

22

$$\begin{aligned} & 76 + 37 + 14 \\ & = 76 + 14 + 37 \\ & = 90 + 37 \\ & = 127 \end{aligned}$$

14

$$\begin{aligned} & 132 + 53 + 28 + 47 \\ & = 132 + 28 + 53 + 47 \\ & = 160 + 100 \\ & = 260 \end{aligned}$$

30

$$\begin{aligned} & 50 \times 6 \times 2 \\ & = 50 \times 2 \times 6 \\ & = 100 \times 6 \\ & = 600 \end{aligned}$$

4

$$\begin{aligned} & 78 + 37 + 43 + 22 \\ & = 78 + 22 + 37 + 43 \\ & = 100 + 80 \\ & = 180 \end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned} & 40 \times 1,5 \times 25 \\ & = 40 \times 25 \times 1,5 \\ & = 1000 \times 1,5 \\ & = 1500 \end{aligned}$$

13

$$\begin{aligned} & 475 + 66 + 225 + 234 \\ & = 475 + 225 + 66 + 234 \\ & = 700 + 300 \\ & = 1000 \end{aligned}$$

8